



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
80^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
18 Ιανουαρίου 2020

Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να προσδιορίσετε όλους τους πενταψήφιους θετικούς ακέραιους της μορφής

$$\overline{\alpha\beta\gamma\delta} = \alpha \cdot 10^4 + \beta \cdot 10^3 + \gamma \cdot 10^2 + \delta \cdot 10 + \delta,$$

όπου $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ψηφία με $0 < \alpha < \beta < \gamma < \delta$, οι οποίοι είναι κοινά πολλαπλάσια του 9 και του 4.

Πρόβλημα 2

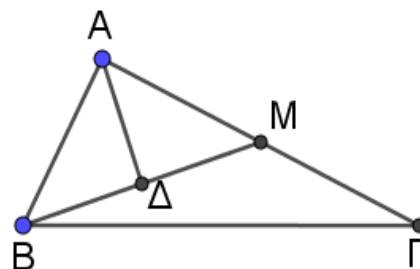
Ο Γιάννης και η Μαρία όταν βγήκαν για μία βόλτα είχαν μαζί τους και οι δύο συνολικά 600 ευρώ και ξόδεψαν και οι δύο μαζί 80 ευρώ. Αν ο Γιάννης ξόδεψε το $\frac{100}{9}\%$ των χρημάτων του και η Μαρία ξόδεψε το $\frac{100}{7}\%$ των χρημάτων της, να βρείτε πόσα χρήματα είχε ο καθένας τους.

Πρόβλημα 3

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με κάθετες πλευρές $AB = a \text{ cm}$ και $A\Gamma = 2a \text{ cm}$. Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι διπλάσιο του εμβαδού του τριγώνου ABM και το σημείο Δ είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος BM .

(α) Να αποδείξετε ότι το ευθύγραμμο τμήμα $A\Delta$ είναι κάθετο στο ευθύγραμμο τμήμα BM .

(β) Να βρείτε το λόγο των εμβαδών των τετραγώνων με πλευρές τις $A\Delta$ και BM , αντίστοιχα.



Πρόβλημα 4

Ο Γιώργος έγραψε έναν τετραψήφιο αριθμό στο τετράδιο του, αλλά η αδελφή του έσβησε το τελευταίο ψηφίο του. Τότε προέκυψε τριψήφιος αριθμός του οποίου η διαφορά από τον αρχικό αριθμό του Γιώργου ήταν 2020. Να προσδιορίσετε τον αριθμό που έγραψε ο Γιώργος στο τετράδιο του.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία!

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
79^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
19 Ιανουαρίου 2019

Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \left(\frac{3\beta^2 + \alpha^2}{\beta^2} - 10 \right) \cdot \left(\frac{\alpha^2 - 3\beta^2}{\alpha^2} + \frac{13}{3} \right),$$

αν δίνεται ότι: $\frac{\alpha}{\beta} = 3$.

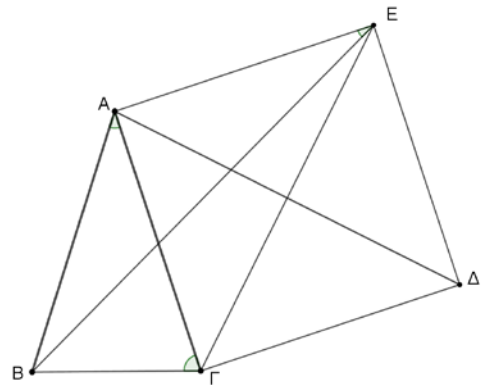
Πρόβλημα 2

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με $AB = AG$ και $\hat{\Gamma} = 2 \cdot \hat{A}$. Το τετράπλευρο ΑΓΔΕ είναι τετράγωνο.

(α) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία ΑÊΒ.

(β) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι οι γωνίες ΒÂΔ και ΒÊΓ.

Σημείωση: Να κάνετε το δικό σας σχήμα στο φύλλο με τις απαντήσεις σας.



Πρόβλημα 3

Για τη φωταγωγή μιας πλατείας, σχήματος ορθογωνίου, τοποθετήθηκαν περιμετρικά 182 κολώνες φωτισμού. Τέσσερις από αυτές τοποθετήθηκαν στις γωνίες της πλατείας. Στη συνέχεια τοποθετήθηκαν και οι υπόλοιπες 178 στην περίμετρο της πλατείας έτσι ώστε κάθε δύο διαδοχικές κολώνες απέχουν τέσσερα μέτρα. Επίσης διαπιστώθηκε ότι η μεγαλύτερη πλευρά της πλατείας είχε διπλάσιες κολώνες από τη μικρή πλευρά, όπου σε κάθε πλευρά μετράμε και τις κολώνες στις γωνίες. Να βρεθούν τα μήκη των πλευρών της πλατείας.

Σημείωση: Θεωρείστε τις κολώνες πάνω στις πλευρές της πλατείας ως σημεία.

Πρόβλημα 4

(α) Να προσδιορίσετε το μικρότερο δυνατό θετικό ακέραιο του οποίου τα ψηφία έχουν γινόμενο τον αριθμό 12600.

(β) Να προσδιορίσετε το μικρότερο δυνατό εξαψήφιο θετικό ακέραιο του οποίου τα ψηφία έχουν γινόμενο τον αριθμό 12600.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία!

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
78^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
20 Ιανουαρίου 2018

Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1.

Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \left(\frac{2\beta + \alpha}{\beta} \right) \cdot \frac{500}{3} - 18 \cdot \left(\frac{\alpha - 11\beta}{\beta} \right),$$

αν δίνεται ότι: $\frac{\alpha}{\beta} = 10$.

Πρόβλημα 2.

Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός στοιχείων που πρέπει να αφαιρεθούν από το σύνολο $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$, έτσι ώστε το γινόμενο όλων των στοιχείων του που θα απομείνουν να είναι τέλειο τετράγωνο ακεραίου;

Πρόβλημα 3

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 115^\circ$ θεωρούμε στο εσωτερικό του σημείο Δ τέτοιο ώστε $\Delta\hat{B}\Gamma = 2 \cdot \Delta\hat{B}A$ και $\Delta\hat{\Gamma}B = 2 \cdot \Delta\hat{\Gamma}A$. Να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία $B\Delta\Gamma$.

Πρόβλημα 4

Ο Γιάννης πήγε στην αγορά έχοντας μαζί του κέρματα των δύο ευρώ και του ενός ευρώ. Ο αριθμός των κερμάτων του ήταν 40. Για την αγορά που έκανε ξόδεψε ακριβώς το ένα τρίτο των κερμάτων των δύο ευρώ που είχε μαζί του. Την επόμενη μέρα ξόδεψε το 40% της αξίας των χρημάτων που του είχαν απομείνει. Αν και τις δύο μέρες ξόδεψε συνολικά 40 ευρώ, να βρείτε πόσα κέρματα των δύο ευρώ είχε αρχικά μαζί του.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

Καλή επιτυχία!



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
77^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
28 Ιανουαρίου 2017

Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1.

(α) Να βρεθούν όλα τα μη μηδενικά κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$, με α, β μη αρνητικούς ακέραιους και $\alpha + \beta = 4$.

(β) Για το μικρότερο από τα κλάσματα του προηγούμενου ερωτήματος να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \left(2 + \frac{\alpha}{\beta}\right) \cdot \frac{6}{7} - 3 \left(\frac{2 \cdot \alpha}{\beta} - \frac{9}{27}\right).$$

Πρόβλημα 2.

Ο θετικός ακέραιος A έχει το γινόμενο των ψηφίων του ίσο με 12, το άθροισμα των ψηφίων του ίσο με 9 και επιπλέον διαιρείται με το 4. Να βρείτε τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη δυνατή τιμή του A .

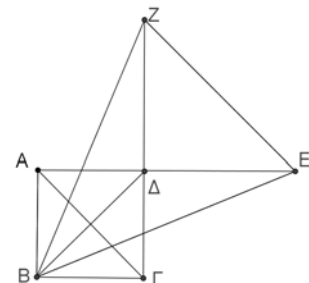
Πρόβλημα 3

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς α . Προεκτείνουμε την πλευρά $A\Delta$ κατά τμήμα $\Delta E = B\Delta$ και την πλευρά $\Gamma\Delta$ κατά τμήμα $\Delta Z = B\Delta$, (δείτε το διπλανό σχήμα).

(α) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι οι γωνίες $\Delta\hat{B}E$ και $\Delta\hat{Z}B$.

(β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες $A\Gamma$ και EZ είναι παράλληλες.

Σημείωση: Στην κόλλα σας να κάνετε το δικό σας σχήμα.



Πρόβλημα 4

Ένας πεζοπόρος περπατάει από το χωριό A για να πάρει το τρένο στην πόλη B . Ο πεζοπόρος σε μία ώρα προχώρησε κατά 4 χιλιόμετρα και τότε διαπίστωσε ότι περπατώντας με αυτή την ταχύτητα θα έφθανε στο σταθμό μία ώρα αργότερα από την αναχώρηση του τρένου. Για αυτό το λόγο στο υπόλοιπο της διαδρομής κινήθηκε με 6 χιλιόμετρα την ώρα και έτσι έφθασε στο σταθμό μισή ώρα νωρίτερα από την αναχώρηση του τρένου. Να βρείτε την απόσταση του χωριού A από το σταθμό του τρένου στη πόλη B .

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία!