



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
80^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
18 Ιανουαρίου 2020

Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Αν οι πραγματικοί αριθμοί α, β είναι διαφορετικοί μεταξύ τους και ικανοποιούν τις ισότητες

$$\alpha + 9 = (\beta - 3)^2 \quad \text{και} \quad \beta + 9 = (\alpha - 3)^2,$$

να υπολογίσετε την τιμή του αθροίσματος $\alpha^2 + \beta^2$.

Πρόβλημα 2

Ο Δημήτρης έγραψε έναν τετραψήφιο αριθμό στο τετράδιο του, αλλά η αδελφή του έσβησε το τελευταίο ψηφίο του. Τότε προέκυψε τριψήφιος αριθμός του οποίου η διαφορά από τον αρχικό αριθμό του Δημήτρη ήταν 2019. Να προσδιορίσετε τον αριθμό που έγραψε ο Δημήτρης στο τετράδιο του.

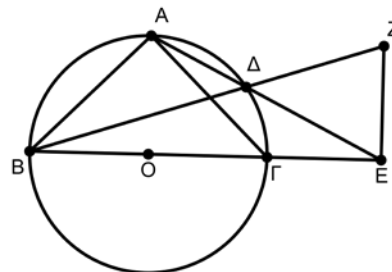
Πρόβλημα 3.

Να προσδιορίσετε όλους τους θετικούς ακέραιους α, β, γ που είναι μεγαλύτεροι του 1 και ικανοποιούν όλες τις παρακάτω συνθήκες:

- (i) ο $2\alpha - 1$ είναι πολλαπλάσιο του β ,
- (ii) ο $\beta - 1$ είναι πολλαπλάσιο του γ ,
- (iii) ο $\gamma - 1$ είναι πολλαπλάσιο του α .

Πρόβλημα 4

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι το σημείο Α είναι το μέσο του τόξου $\widehat{B\Gamma}$ και Δ τυχόν σημείο του τόξου $\widehat{A\Gamma}$. Η ευθεία ΑΔ τέμνει την ευθεία ΒΓ στο σημείο Ε και $\widehat{\Gamma\hat{E}Z} = 90^\circ$.



(α) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία $\widehat{E\Delta Z}$

(β) Να αποδείξετε ότι: $\Gamma E = E Z$.

Σημείωση: Να κάνετε στο φύλλο των απαντήσεων σας το δικό σας σχήμα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία!

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
79^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
19 Ιανουαρίου 2019

Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1.

Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 - 3\alpha\beta\gamma + \alpha + \beta - \gamma,$$

αν δίνεται ότι $\alpha = \left(-\frac{1}{2}\right)^3$, $\beta = (-2)^{-2}$, $\gamma = -\frac{1}{2^3}$.

Πρόβλημα 2

(α) Να προσδιορίσετε το μικρότερο δυνατό θετικό ακέραιο του οποίου τα ψηφία έχουν γινόμενο τον αριθμό 63000.

(β) Να προσδιορίσετε το μικρότερο δυνατό επταψήφιο θετικό ακέραιο του οποίου τα ψηφία έχουν γινόμενο τον αριθμό 63000.

(γ) Μπορούμε να βρούμε το μεγαλύτερο δυνατό θετικό ακέραιο του οποίου τα ψηφία έχουν γινόμενο τον αριθμό 63000;

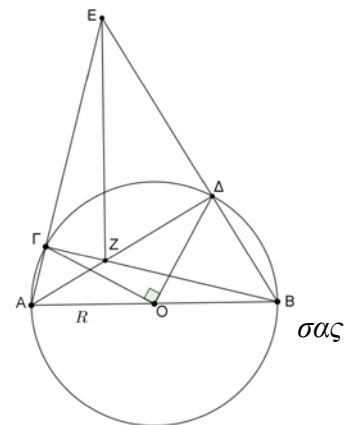
Πρόβλημα 3

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος διαμέτρου $AB = 2R$ και η γωνία $\Gamma\hat{O}\Delta = 90^\circ$. Οι ευθείες $A\Delta$ και $B\Gamma$ τέμνονται στο σημείο Z , ενώ οι ευθείες $A\Gamma$ και $B\Delta$ τέμνονται στο σημείο E .

(α) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι οι γωνίες $\Gamma\hat{A}\Delta$ και $\Gamma\hat{B}\Delta$.

(β) Να αποδείξετε ότι: $EZ = 2R$.

Σημείωση: Να κάνετε στο φύλλο των απαντήσεων σας το δικό σας σχήμα.



Πρόβλημα 4

Έχουμε πέντε κάρτες A, B, Γ, Δ, E που πάνω σε καθεμία από αυτές είναι γραμμένος ένας θετικός ακέραιος. Με αυτές τις κάρτες σχηματίζονται συνολικά δέκα διαφορετικές τριάδες. Για καθεμία από αυτές τις τριάδες, καταγράφουμε το άθροισμα των τριών καρτών. Διαπιστώνουμε ότι προκύπτουν δύο μόνο διαφορετικά αθροίσματα, το 15 και το 13. Να προσδιορίσετε τους δυνατούς αριθμούς των πέντε καρτών.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία!

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
78^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
20 Ιανουαρίου 2018

Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1.

Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = (\alpha^2 + \beta^2)(\gamma^2 + \delta^2) - (\alpha\gamma + \beta\delta)^2,$$

αν δίνεται ότι $\alpha = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$, $\beta = \left(-\frac{1}{2}\right)^3$, $\gamma = -\frac{18}{2^3}$, $\delta = \frac{1}{2^3}$.

Πρόβλημα 2

Μία ομάδα εργατών τελειώνει το $\frac{1}{4}$ ενός έργου στο $\frac{1}{3}$ μιας ημέρας. Πόσες τέτοιες ομάδες εργατών της ίδιας απόδοσης χρειάζονται για να τελειώσουν 15 ίδια έργα σε 5 ημέρες;

Πρόβλημα 3

Θεωρούμε πολυώνυμο $P(x) = a(x+2)^2 + b(x+3) + c$ όπου οι αριθμοί a, b, c είναι θετικοί ακέραιοι.

(α) Αν οι αριθμοί x, y είναι θετικοί ακέραιοι με $x > y$, να αποδείξετε ότι ο αριθμός

$$\frac{P(x) - P(y)}{x - y}$$
 είναι θετικός ακέραιος.

(β) Αν ο αριθμός $P(8)$ είναι πολλαπλάσιο του 3, να αποδείξετε ότι και ο αριθμός $P(2018)$ είναι πολλαπλάσιο του 3.

Πρόβλημα 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = AG$ και $\hat{A} = 72^\circ$. Ονομάζουμε Δ το ίχνος του ύψους από την κορυφή Γ και Ε το συμμετρικό του Α ως προς την ΓΔ. Να αποδείξετε ότι η ευθεία ΓΕ περνά από το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου ΑΒΓ.

Σημείωση: Ο περιγεγραμμένος κύκλος ενός τριγώνου είναι ο κύκλος που περνάει από τις τρεις κορυφές του τριγώνου.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία!



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
77^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
28 Ιανουαρίου 2017

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1.

Να βρείτε την τιμή της παράστασης

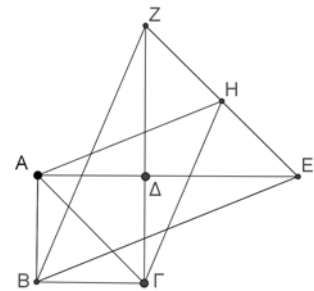
$$A = \frac{\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3}{\alpha\beta\gamma}, \text{ αν δίνεται ότι } \alpha = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}, \beta = \left(-\frac{3}{2}\right)^3, \gamma = -\frac{27}{16}.$$

Πρόβλημα 2

Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α . Προεκτείνουμε την πλευρά ΑΔ κατά τμήμα ΔΕ = ΒΔ και την πλευρά ΓΔ κατά τμήμα ΔΖ = ΒΔ. Αν Η είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ΕΖ, τότε:

- (α) Να βρείτε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΒΕ.
(β) Να αποδείξετε ότι το σημείο Δ απέχει ίσες αποστάσεις από τις τρεις κορυφές του τριγώνου ΑΓΗ.
(γ) Να βρείτε το λόγο των εμβαδών των τριγώνων ΒΕΖ και ΑΓΗ.

Σημείωση: Στην κόλλα σας να κάνετε το δικό σας σχήμα.



Πρόβλημα 3

- (α) Να βρείτε πόσα πολλαπλάσια του 9 υπάρχουν μεταξύ των αριθμών 1 και 10^5 .
(β) Να βρείτε πόσα πολλαπλάσια είτε του 6 είτε του 9 υπάρχουν μεταξύ των αριθμών 1 και 10^5 .

Πρόβλημα 4

Μια μέρα ο Γιώργος καθώς πηγαίνει από το σπίτι στο σχολείο και έχει διανύσει το $\alpha\%$ της απόστασης, διαπιστώνει ότι έχει αργήσει. Αποφασίζει να γυρίσει πίσω στο σπίτι, να πάρει το ποδήλατο και να πάει με αυτό στο σχολείο. Αν υποθέσουμε ότι ο Γιώργος περπατάει με 6 χιλιόμετρα την ώρα, ενώ με το ποδήλατο πηγαίνει με 15 χιλιόμετρα την ώρα, για ποιες τιμές του α συμφέρει να γυρίσει πίσω για να χρησιμοποιήσει το ποδήλατο;

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία!