Α ΛΥΚΕΙΟΥ - ΘΑΛΗΣ

Ασκήσεις

1. Αν a, b, c είναι πραγματικοί αριθμοί, να παραγοντοποιήσετε την παράσταση:

$$A = a^4 + 2a^3b + a^2b^2 - a^2b^2c^2 - 2ab^3c^2 - b^4c^2 - a^2c^2 + b^2c^4$$

2. Εστω ότι για θετικούς πραγματικούς a, b, c ισχύει ότι :

$$ab(\frac{a+b}{2} - c) + bc(\frac{b+c}{2} - a) + ca(\frac{c+a}{2} - b) = 0$$

   Να αποδειχθεί ότι $a = b = c$.

3. Να υπολογίσετε την παράσταση: (Ευκλείδης Β τ.85)

$$A = \frac{x^3 + xy^2 + y - y^3 - x^2y - x}{x^3 + xy^2 + x - y^3 - x^2y - y} + \frac{2}{x^2 + y^2 + 1}, x \neq y$$

4. Για κάθε θετικό αριθμό x, να αποδείξετε ότι $x + \frac{1}{x} \geq 2$ (Ευκλείδης Β τ.89)

5. Για τους θετικούς ακεραίους x, y, z να αποδείξετε ότι $\frac{y+z-x}{2x} + \frac{z+x-y}{2y} + \frac{x+y-z}{2z} \geq \frac{3}{2}$

6. Να μετατραπεί σε γινόμενο παραγόντων η παράσταση : (Ευκλείδης Β τ.93 σ.39)

$$K = \alpha^3(\beta - \gamma)^3 + \beta^3(\gamma - \alpha)^3 + \gamma^3(\alpha - \beta)^3$$

Υποδείξεις ασκήσεων

6. Ισχύει ότι: Αν $\alpha + \beta + \gamma = 0$ τότε $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3\alpha\beta\gamma$