

Α ΛΥΚΕΙΟΥ - ΘΑΛΗΣ

Προτάσεις

- Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο, η διάμεσος που αντιστοιχεί στη βάση είναι και ύψος και διχοτόμος.
- Το τρίγωνο στο οποίο η διάμεσος συμπίπτει με το ύψος ή τη διχοτόμο, είναι ισοσκελές.
- Σε κάθε ισόπλευρο τρίγωνο, **κάθε διάμεσος** είναι και ύψος και διχοτόμος.
- Ισοσκελές τρίγωνο με μια γωνία ίση με 60° είναι ισόπλευρο.
- Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του, συνεπώς δημιουργεί ισοσκελή τρίγωνο.
- Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετό του.

Ασκήσεις

1. Κατασκευάζουμε τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$. Στη συνέχεια κατασκευάζουμε ισόπλευρο τρίγωνο $A\Delta E$ μέσα στο τετράγωνο και $\Delta\Gamma Z$ έξω από το τετράγωνο. Να αποδειχθεί ότι τα σημεία B, E, Z είναι συνευθειακά. (Εισαγωγή στα Πρότυπα Λύκεια 2016)
2. Οι γωνίες που έχουν ανά δύο τις πλευρές τους κάθετες είναι ίσες.
3. Στη πλευρά $B\Gamma$ ισοπλεύρου τριγώνου $AB\Gamma$, θεωρούμε σημείο M (διαφορετικό από το μέσο της $B\Gamma$) και ευθεία (ε) που περνάει από την κορυφή A και είναι παράλληλη στην πλευρά $B\Gamma$. Ο κύκλος $C1$ (που έχει κέντρο το μέσο K του MB και ακτίνα KB) τέμνει την AB στο Δ . Ο κύκλος $C2$ (που έχει κέντρο το μέσο Λ του $M\Gamma$ και ακτίνα $\Lambda\Gamma$) τέμνει την $A\Gamma$ στο E . Οι ευθείες $K\Delta$ και ΛE τέμνουν την ευθεία (ε) στα σημεία Π και P αντίστοιχα. Αν τέλος οι ευθείες $K\Delta$ και ΛE τέμνονται στο σημείο T , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $\Pi P T$ είναι ισόπλευρο και να υπολογίσετε το εμβαδό του συναρτήσει του μήκους της πλευράς $B\Gamma$. (Θαλής 2017)
4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Στο ύψος AM θεωρούμε σημείο K τέτοιο ώστε $MB = M\Gamma = MK$. Με βάση την AK κατασκευάζουμε τετράγωνο $AK\epsilon Z$ (στο ημιεπίπεδο με ακμή την AM , που περιέχει το B) και ισόπλευρο τρίγωνο $AK\Delta$ (στο ημιεπίπεδο με ακμή την AM , που περιέχει το Γ). Να αποδείξετε ότι τα ευθύγραμμα τμήματα ΔE και ΓZ , τέμνονται πάνω στην AB . (Θαλής 2016)
5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=A\Gamma$ και $\hat{A} = 20^\circ$. Θεωρούμε σημείο Δ πάνω στην πλευρά $A\Gamma$ τέτοιο ώστε $A\Delta=B\Gamma$. Από το σημείο A φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα $A\epsilon$ τέτοιο ώστε $A\epsilon \parallel B\Gamma$ και $A\epsilon=AB$ και με τα σημεία ϵ και Δ να βρίσκονται στο ίδιο ημιεπίπεδο ως προς την ευθεία AB . Στη συνέχεια κατασκευάζουμε το παραλληλόγραμμο $BA\epsilon Z$. Να βρείτε το μέτρο της γωνίας $B\hat{\Delta}Z$. (Θαλής 2013)

Υπόδειξη

Χρησιμοποιήστε το διαβήτη όχι μόνο για την κατασκευή κύκλων αλλά και για την κατασκευή μεσοκαθέτων, ισοσκελών τριγώνων και ισοπλεύρων τριγώνων.