

Α ΛΥΚΕΙΟΥ - ΘΑΛΗΣ

Προτάσεις

Αν ο άγνωστος x είναι στον παρονομαστή, τότε θέτω $a = \frac{1}{x}$ (πχ. ασκήσεις 3, 5, 7)

Ασκήσεις

1. Να προσδιορίσετε τους ακέραιους x που ικανοποιούν συγχρόνως τις παρακάτω παραστάσεις (Θαλής 2018)

$$\begin{cases} (x-1)(x^2-7x+10) = 0 \\ \frac{x(x-1)}{2} - 2 < \frac{x(x-5)}{2} + 6 \end{cases}$$

2. Να βρείτε όλες τις ακέραιες τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι ανισώσεις (Θαλής 2016)

$$\begin{cases} (x^2+x+1)(x-1)+5x \leq x^3+x+19 \\ \frac{2x-1}{3} - \frac{23}{9} > \frac{4x-21}{9} \end{cases}$$

3. Να λυθεί το σύστημα (Θαλής 2015)

$$\begin{cases} x+y-1 = 6(x-3)(y+2) \\ \frac{x}{x-3} - \frac{4}{y+2} = 11 \end{cases}$$

4. Ένα βιβλίο μαθηματικών κυκλοφορεί σε 2 τόμους Α και Β. 100 αντίτυπα του τόμου Α και 120 αντίτυπα του τόμου Β κοστίζουν συνολικά 4000 ευρώ. Ένα βιβλιοπωλείο πούλησε 50 αντίτυπα του τόμου Α με έκπτωση 10% και 60 αντίτυπα του τόμου Β με έκπτωση 20% και εισέπραξε συνολικά 1680 ευρώ. Να προσδιορίσετε την τιμή πώλησης του ενός βιβλίου από κάθε τόμο. (Θαλής 2014)

5. Αν τα παρακάτω συστήματα έχουν την ίδια λύση (x, y) , να βρείτε την τιμή των παραμέτρων a, b . (Θαλής 2013)

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

και

$$\begin{cases} ax + by = 4 \\ 2ax + 3by = -8 \end{cases}$$

6. Να προσδιορίσετε τους ακεραίους που είναι λύσεις του συστήματος εξίσωσης - ανίσωσης (Θαλής 2010)

$$\begin{cases} x^2 - 5x = 14 \\ \frac{x-1}{2} + \frac{x^2-1}{4} < \frac{x(x-1)}{4} \end{cases}$$

7. Να λυθεί το σύστημα (Θαλής 2010)

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - 1 = \frac{4}{y} \\ \frac{x-1}{2} - \frac{2}{3y} = \frac{5}{3} + \frac{x}{3} \end{cases}$$

Υποδείξεις ασκήσεων

1 Η εξίσωση και η ανίσωση συναληθεύουν για $x = 1$ ή $x = 2$.

2 Οι ανισώσεις συναληθεύουν όταν $\frac{5}{2} < x \leq 5$. Τότε $x = 3, x = 4, x = 5$

3 Θέτω $a = \frac{1}{x-3}$ και $b = \frac{1}{y+2}$. Τότε $a+b = 6$ και $3a-4b = 11$. Τότε $a = 5, b = 1$. Τότε $x = \frac{16}{5}, y = -1$

4 Εστω x η τιμή πώλησης του τόμου Α και y η τιμή πώλησης του τόμου Β. Τότε είναι $100x + 120y = 4000$ και $50 \cdot \frac{90x}{100} + 60 \cdot \frac{80y}{100} = 1680$. Τελικά $x = 16, y = 20$

5 Θέτω $w = \frac{1}{x}, z = \frac{1}{y}$. Τότε το 1ο σύστημα έχει λύση $(x, y) = (2, -4)$. Τότε το 2ο σύστημα έχει λύση $(a, b) = (10, 4)$

6 $x = -2$

7 Θέτω $a = \frac{1}{y}$, τότε $x = 24, y = \frac{4}{11}$