

Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Προτάσεις

- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2 αν το τελευταίο ψηφίο είναι κάποιο από τα 0,2,4,6,8.
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 αν το άθροισμα των ψηφίων διαιρείται με το 3.
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 9 αν το άθροισμα των ψηφίων διαιρείται με το 9.
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 4 αν το τελευταίο διψήφιο τμήμα του διαιρείται με το 4.
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 6 αν διαιρείται με το 2 και με το 3
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 10 αν διαιρείται με το 2 και με το 5.

Έστω $\alpha\beta\gamma$ τριψήφιος. Ισχύουν τα εξής :

- $\alpha\beta\gamma = 100\alpha + 10\beta + \gamma$
- $100 \leq \alpha\beta\gamma \leq 999$
- $1 \leq \alpha \leq 9$, α θετικός ακέραιος
- $0 \leq \beta \leq 9$, β θετικός ακέραιος
- $0 \leq \gamma \leq 9$, γ θετικός ακέραιος

Στις ασκήσεις εύρεσης των ψηφίων ακεραίων αριθμών, συχνά χρησιμοποιούμε τα εξής:

- πρόσθεση ή αφαίρεση εξισώσεων κατά μέλη
- άρτιος = άρτιος \cdot άρτιος
- άρτιος = περιττός + περιττός
- άρτιος = άρτιος \cdot περιττός
- για κάθε ακέραιο x , ο αριθμός $x(x + 1)$ είναι άρτιος
- ακέραιος με τελευταίο ψηφίο 2 ή 3 ή 7 ή 8 δεν είναι τέλειο τετράγωνο

Ασκήσεις

1. Ένας τετραψήφιος αριθμός έχει τη μορφή $aabb$ και γνωρίζουμε ότι αυτός διαιρείται και με το 4 και με το 9. Βρείτε τις πιθανές τιμές των a και b και τους τετραψήφιους αριθμούς.
2. Βρείτε τους τριψήφιους φυσικούς αριθμούς οι οποίοι διαιρούνται με το 6 και το γινόμενο των ψηφίων τους είναι 6 και το άθροισμα των ψηφίων τους είναι επίσης 6.
3. Ο φυσικός αριθμός a είναι περιττός και όταν διαιρεθεί με το 5 αφήνει υπόλοιπο 2. Να βρεθεί το τελευταίο ψηφίο του αριθμού a .
4. Ποιο πρέπει να είναι το ψηφίο a ώστε ο αριθμός $a587a$ να διαιρείται με το 18;
5. Να βρείτε πόσοι από τους 2018 σε πλήθος διαδοχικούς ακεραίους $1, 2, 3, \dots, 2018$ δεν διαιρούνται ούτε με το 5 ούτε με το 11.

6. Να βρεθεί διψήφιος αριθμός αν γνωρίζουμε ότι το άθροισμα των ψηφίων του είναι 8 και ότι ελαττώνεται κατά 18 αν αντιμεταθέσουμε τα ψηφία του.
7. Να βρείτε τους τριψήφιους θετικούς ακεραίους που δεν έχουν το 0 στα ψηφία τους και επιπλέον σε οποιαδήποτε μετάθεση των ψηφίων τους προκύπτει τριψήφιος θετικός ακέραιος που διαιρείται με το 4. (Ευκλείδης Α τ.111)
8. Ο τετραψήφιος θετικός ακέραιος A διαιρείται με το 9 και γνωρίζουμε ότι κάθε ένα από τα τρία πρώτα ψηφία του από αριστερά προς τα δεξιά είναι το 5 ή το 8. Να βρείτε όλους τους δυνατούς αριθμούς A . (Θαλής 2017)
9. Όλα τα ψηφία του θετικού ακεραίου A είναι ίσα είτε με 8 είτε με 9 και καθένα από αυτά τα ψηφία εμφανίζεται τουλάχιστον μια φορά στον αριθμό. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του A , αν αυτό διαιρείται με το 4 και με το 3. (Θαλής 2016)

Λύσεις:

1. 9900, 5544, 1188
2. 132, 312
3. Το τελευταίο ψηφίο είναι το 7.
4. Ο αριθμός πρέπει να διαιρείται με το 2 και το 9. Συνεπώς είναι ο 85878.
5. Τα πολλαπλάσια του 5 είναι 403. Τα πολλαπλάσια του 11 είναι 183. Τα πολλαπλάσια του 55 είναι 36. Τα πολλαπλάσια του 5 και του 11 είναι $403 + 183 - 36 = 550$. Οι ζητούμενοι αριθμοί είναι : $2018 - 550 = 1468$
6. $x + y = 8$ και $10x + y - 18 = 10y + x$. Τότε $x = 5, y = 3$
7. 444, 888, 448, 484, 844, 884, 848, 488
8. 5553, 5580, 5589, 5850, 5859, 8550, 8559, 5886, 8586, 8856, 8883
9. 8988