

Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Θεωρία

- Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο, η διάμεσος που αντιστοιχεί στη βάση είναι και ύψος και διχοτόμος.
- Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο, το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση είναι και διάμεσος και διχοτόμος.
- Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο, η διχοτόμος που συναντά τη βάση είναι και διάμεσος και ύψος.
- Τα παραπάνω ισχύουν και στα ισόπλευρα τρίγωνα.
- Ισοσκελές τρίγωνο με μια γωνία ίση με 60° είναι ισόπλευρο.
- Κάθε σημείο της μεσοκάθετου ενός ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του, συνεπώς δημιουργεί ισοσκελή τρίγωνο.
- Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετό του.
- Εάν δύο σημεία ισαπέχουν από τα άκρα του ίδιου ευθυγράμμου τμήματος, τότε τα δύο αυτά σημεία βρίσκονται πάνω στη μεσοκάθετό του.
- Σε κύκλο, η επίκεντρη γωνία είναι διπλάσια της εγγεγραμμένης, όταν αυτές βαίνουν στο ίδιο τόξο του κύκλου.
- Σε κύκλο, οι εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο τόξο είναι ίσες μεταξύ τους.
- Σε κύκλο, κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.

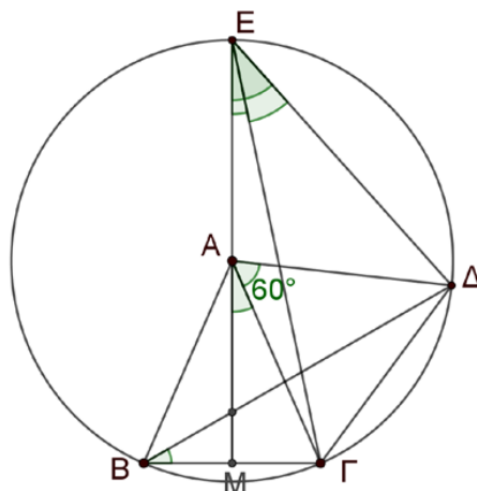
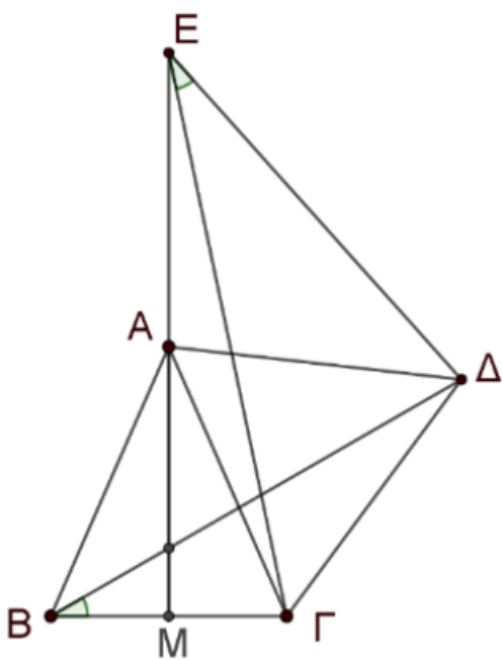
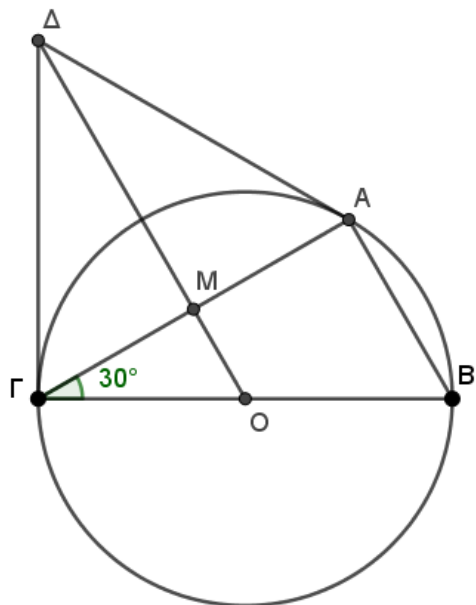
Σύνδεση θεωρίας και προβλημάτων διαγωνισμών

1. Πυθαγόρειο Θεώρημα
2. Μεσοκάθετος με δύο σημεία (Θαλής 2018)
3. Βοηθητικός κύκλος (Θαλής 2020, Ευκλείδης 2020)
4. Βοηθητικό τμήμα (Θαλής 2017)
5. Συνευθειακά σημεία (Θαλής 2019, Ευκλείδης 2017)
6. Εμβαδό συναρτήσει πλευράς (Θαλής 2017)
7. Υπολογισμός γωνίας με εξίσωση (Θαλής 2015)
8. Κύκλοι με κοινή ακτίνα (Θαλής 2016)

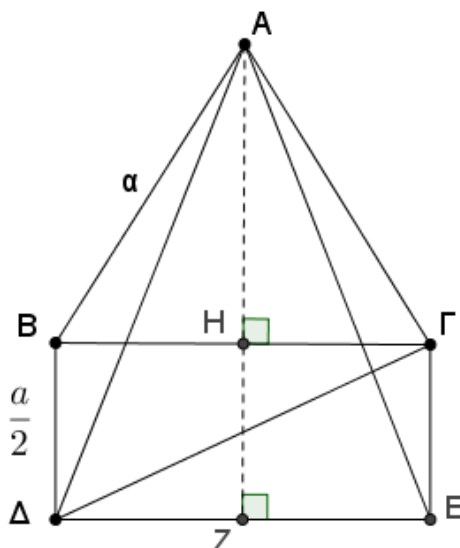
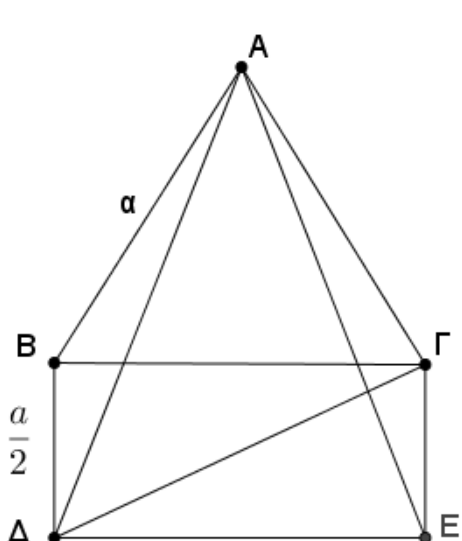
Ασκήσεις

Έστω κύκλος (O, R) διαμέτρου $B\Gamma$ και $AB\Gamma$ τρίγωνο εγγεγραμμένο στον κύκλο με $\hat{A}\Gamma B = 30^\circ$. Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε ισόπλευρο τρίγωνο $A\Gamma\Delta$.

- Να δείξετε ότι η ΔO είναι διχοτόμος της γωνίας $A\hat{\Delta}\Gamma$.
- Να υπολογίσετε το μήκος της ΔO συναρτήσει του R .

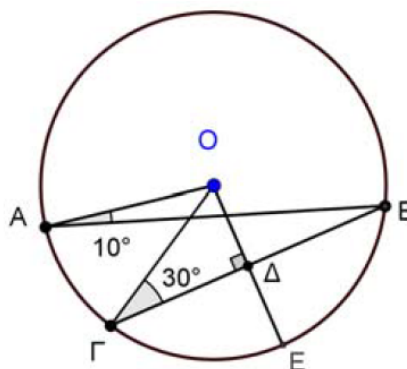
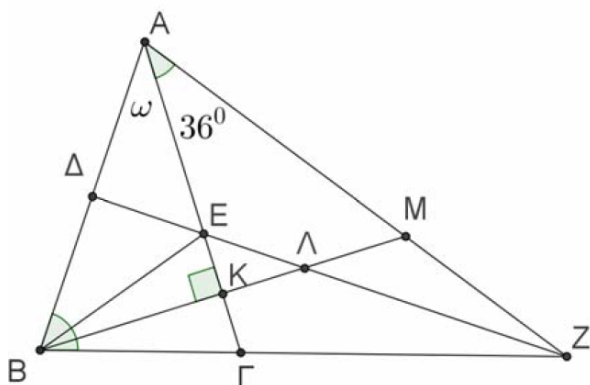


Θαλής 2020 - Θαλής 2020 Λύση



Θαλής 2017 - Θαλής 2017 Λύση

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = \omega^\circ$. Η μεσοκάθετος της πλευράς AB τέμνει την πλευρά AB στο σημείο Δ , την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο E και την προέκταση της πλευράς $B\Gamma$ στο σημείο Z . Η κάθετη από το σημείο B προς την πλευρά $A\Gamma$ τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο K , το ευθύγραμμο τμήμα ΔZ στο Λ και το ευθύγραμμο τμήμα AZ στο σημείο M . Αν είναι $\widehat{\Gamma\hat{A}B} = 36^\circ$, να αποδείξετε ότι: (α) $\omega = 36^\circ$, (β) $AM = \Gamma Z$, (γ) $B\Lambda = \Lambda Z$. (Θαλής 2015)



2. Σε κύκλο $c(O, R)$ (κέντρου O και ακτίνας R) δίνονται σημεία A, Γ και B τέτοια ώστε $\widehat{O\hat{A}B} = 10^\circ$ και $\widehat{O\hat{\Gamma}B} = 30^\circ$. Τα σημεία A και Γ βρίσκονται στο ίδιο ημιεπίπεδο ως προς την ευθεία OB . Από το σημείο O φέρουμε ευθεία κάθετη προς τη χορδή ΓB που την τέμνει στο σημείο Δ , ενώ τέμνει τον κύκλο ζ στο σημείο E .
 (α) Βρείτε το μέτρο της γωνίας $\widehat{A\hat{B}\Gamma}$ και το μέτρο του τόξου $A\Gamma$ σε μοίρες.
 (β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $OB\epsilon\Gamma$ είναι ρόμβος και να υπολογίσετε το εμβαδόν του. (Θαλής 2013)

Υπόδειξη

Χρησιμοποιήστε το διαβήτη όχι μόνο για την κατασκευή κύκλων αλλά και για την κατασκευή μεσοκαθέτων, ισοσκελών τριγώνων και ισόπλευρων τριγώνων.