

Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Θεωρία

1. Κανόνες διαιρετότητας
2. Ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων (πχ. ασκήσεις 4., 6.)
3. Έστω $\alpha\beta$ διψήφιος. Ισχύει η σχέση: $\alpha\beta = 10\alpha + \beta$
4. Έστω $\alpha\beta\gamma$ τριψήφιος. Ισχύει η σχέση: $\alpha\beta\gamma = 100\alpha + 10\beta + \gamma$

Ασκήσεις

1. Να βρείτε τις τιμές του ακεραίου α έτσι ώστε το κλάσμα $\frac{4}{\alpha}$ να είναι ακέραιος.
2. Να βρείτε τις τιμές του ακεραίου α έτσι ώστε το κλάσμα $\frac{4}{\alpha - 1}$ να είναι ακέραιος.
3. Να βρείτε τετραψήφιους αριθμούς για καθένα από τους οποίους το άθροισμα των ψηφίων τους είναι ίσο με 35.
4. Ο θετικός ακέραιος A έχει το γινόμενο των ψηφίων του ίσο με 12, το άθροισμα των ψηφίων του ίσο με 9 και επιπλέον διαιρείται με το 4. Να βρείτε τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη δυνατή τιμή του A . (Ευκλείδης 2017)
5. Να βρείτε πόσα τέλεια τετράγωνα ακεραίων είναι μεγαλύτερα του 5^4 και μικρότερα του 4^5 (Ευκλείδης Α τ.107)
6. Το γινόμενο των ηλικιών μιας μητέρας και των τριών παιδιών της είναι ίσο με 41041. Να υπολογίσετε την ηλικία του κάθε παιδιού και την ηλικία της μητέρας.
7. Να αποδείξετε ότι κάθε εξαψήφιος φυσικός αριθμός της μορφής $xyzxyz$, όπου x, y, z είναι ψηφία με $x \neq 0$ διαιρείται με τους αριθμούς 7, 11 και 13. (Ευκλείδης 2007, Ευκλείδης Α τ.63)
8. Έστω ένας διψήφιος θετικός ακέραιος. Αν αντιστρέψεις τη σειρά των ψηφίων, προκύπτει ένας ακέραιος κατά 20% μεγαλύτερος από τον αρχικό αριθμό. Ποιος είναι ο αρχικός αριθμός;
9. Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{21210}{11211}$

Υποδείξεις - Λύσεις

1. Οι δυνατές τιμές του ακεραίου α είναι $-1, 1, -2, 2, -4, 4$

2. Οι δυνατές τιμές του ακεραίου $\alpha - 1$ είναι $-1, 1, -2, 2, -4, 4$. Συνεπώς οι δυνατές τιμές του ακεραίου α είναι $0, 2, -1, 3, -3, 5$.

3. 8999, 9899, 9989, 9998

4. $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$. Συνεπώς ο A μπορεί να έχει ως ψηφία τα εξής: $2, 6, 1$ ή $3, 4, 1, 1$ ή $2, 2, 3, 1, 1$. Τελικά η μικρότερη τιμή του A είναι ο αριθμός 216 και η μεγαλύτερη τιμή είναι ο αριθμός 32112.

5. $5^4 = (5^2)^2 = 25^2$ και $4^5 = (2^2)^5 = 2^{10} = (2^5)^2 = 32^2$. Συνεπώς τα ζητούμενα τετράγωνα είναι 6 και είναι τα εξής: $26^2, 27^2, 28^2, 29^2, 30^2, 31^2$.

6. $41041 = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 41$

7. $xyzxyz = 10^5x + 10^4y + 10^3z + 10^2x + 10y + z = 10^3(10^2x + 10y + z) + (10^2x + 10y + z) = (10^2x + 10y + z)(10^3 + 1) = (10^2x + 10y + z) \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$

8. $10b + a = \frac{120}{100} \cdot (10a + b)$, τότε $11a = \frac{88}{10} \cdot b$, τότε $a = 4, b = 5$. Πράγματι είναι $54 = 1, 2 \cdot 45$

9. $= \frac{21210}{11211} = \frac{3 \cdot 7070}{3 \cdot 3737} = \frac{70 \cdot 101}{37 \cdot 101} = \frac{70}{37}$.