

## Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ - ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ

### Ασκήσεις

1. Για τη φωταγώγηση μιας πλατείας, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, τοποθετήθηκαν περιμετρικά 182 κολώνες φωτισμού. Τέσσερις από αυτές τοποθετήθηκαν στις γωνίες της πλατείας. Στη συνέχεια τοποθετήθηκαν και οι υπόλοιπες 178 στην περίμετρο της πλατείας έτσι ώστε κάθε δύο διαδοχικές κολώνες απέχουν τέσσερα μέτρα. Επίσης διαπιστώθηκε ότι η μεγαλύτερη πλευρά της πλατείας είχε διπλάσιες κολώνες από τη μικρή πλευρά, όπου σε κάθε πλευρά μετράμε και τις κολώνες στις γωνίες. Να βρεθούν τα μήκη των πλευρών της πλατείας. Σημείωση: Θεωρείστε τις κολώνες πάνω στις πλευρές της πλατείας ως σημεία. (Ευκλείδης 2019)
2. Ένας πεζοπόρος περπατάει από το χωριό Α για να πάρει το τρένο στην πόλη Β. Ο πεζοπόρος σε μία ώρα προχώρησε κατά 4 χιλιόμετρα και τότε διαπίστωσε ότι περπατώντας με αυτή την ταχύτητα θα έφθανε στο σταθμό μία ώρα αργότερα από την αναχώρηση του τρένου. Για αυτό το λόγο στο υπόλοιπο της διαδρομής κινήθηκε με 6 χιλιόμετρα την ώρα και έτσι έφθασε στο σταθμό μισή ώρα νωρίτερα από την αναχώρηση του τρένου. Να βρείτε την απόσταση του χωριού Α από το σταθμό του τρένου στη πόλη Β. (Ευκλείδης 2017)
3. Για την εκτέλεση ενός μεγάλου ερευνητικού έργου στο προαπαιτούμενο χρονικό όριο, ξεκίνησαν να εργάζονται συνολικά 500 ερευνητές. Όταν τελείωσε στην ώρα του το  $\frac{1}{4}$  του έργου, αποχώρησαν 100 ερευνητές, οπότε το δεύτερο τέταρτο του έργου ολοκληρώθηκε με καθυστέρηση. Αποχώρησαν όμως τότε και άλλοι 100 ερευνητές, οπότε το τρίτο τέταρτο του έργου ολοκληρώθηκε με επιπλέον καθυστέρηση. Πόσοι ερευνητές πρέπει να προσληφθούν, ώστε το έργο να τελειώσει στον προγραμματισμένο χρόνο. (Υποθέτουμε ότι όλοι οι ερευνητές που εργάστηκαν, αλλά και αυτοί που θα προσληφθούν, δουλεύουν με την ίδια απόδοση) (Ευκλείδης 2016)
4. Μία οικογένεια αγόρασε ένα ψυγείο με έκπτωση  $11\frac{1}{9}\%$  πάνω στην τιμή πώλησης και ένα πλυντήριο με έκπτωση  $14\frac{2}{7}\%$  πάνω στην τιμή πώλησης. Η συνολική τιμή πώλησης ψυγείου και πλυντηρίου ήταν 3150 ευρώ. Η συνολική έκπτωση που έγινε ήταν 350 ευρώ. Να βρείτε την τιμή πώλησης του ψυγείου και του πλυντηρίου. (Σημείωση : Οι αριθμοί  $11\frac{1}{9}\%$  και  $14\frac{2}{7}\%$  είναι μεικτοί.) (Ευκλείδης 2015)
5. Τέσσερα χωριά Α, Β, Γ και Δ πλήρωσαν πέρυσι για τη μεταφορά των μαθητών τους στο Γυμνάσιο του Δήμου τους συνολικά 9690 ευρώ. Τα χρήματα που πλήρωσε κάθε χωριό ήταν ανάλογα προς τον αριθμό των μαθητών του χωριού που φοιτούσαν στο Γυμνάσιο. Να βρείτε πόσα χρήματα πλήρωσε κάθε χωριό, αν είναι γνωστό ότι ο αριθμός των μαθητών του χωριού Β ισούται με τα  $\frac{3}{4}$  του αριθμού των μαθητών του χωριού Γ, ο αριθμός των μαθητών του χωριού Α ισούται με τα  $\frac{2}{3}$  του αριθμού των μαθητών του χωριού Β και ο αριθμός των μαθητών του χωριού Δ είναι το άθροισμα των μαθητών των χωριών Α και Γ. (Ευκλείδης 2015)
6. Σε ένα σχολείο το 55% των μαθητών είναι αγόρια. Το πλήθος των αγοριών που δεν μιλούν γαλλικά είναι ίσο με το πλήθος των κοριτσιών που μιλούν γαλλικά. Τα αγόρια που μιλούν γαλλικά, είναι τα  $\frac{7}{11}$  των μαθητών που μιλούν γαλλικά. Τα κορίτσια που δεν μιλούν γαλλικά είναι 60. Βρείτε πόσους μαθητές έχει το σχολείο. (Ευκλείδης 2014)

7. Ένας φορητός υπολογιστής έχει τιμή πώλησης 720 ευρώ σε μετρητά. Όταν ο πελάτης τον πληρώσει σε 12 ισόποσες μηνιαίες δόσεις, τότε επιβαρύνεται συνολικά με τόκους 5% πάνω στην τιμή πώλησης. Όταν ο πελάτης τον πληρώσει σε 24 ισόποσες μηνιαίες δόσεις τότε επιβαρύνεται συνολικά με τόκους 14% πάνω στην τιμή πώλησης. Να βρείτε σε καθεμία από τις δύο περιπτώσεις πόση θα είναι η μηνιαία δόση. (Ευκλείδης 2013)
8. Από τους μαθητές ενός Γυμνασίου το 60% παίζει ποδόσφαιρο, το 45% παίζει μπάσκετ, ενώ το 15% παίζει και ποδόσφαιρο και μπάσκετ. Αν υπάρχουν 24 μαθητές που δεν παίζουν κανένα από τα δύο αθλήματα, να βρείτε πόσους μαθητές έχει το Γυμνάσιο, πόσοι από αυτούς παίζουν ποδόσφαιρο και πόσοι από αυτούς παίζουν μπάσκετ. (Ευκλείδης 2013)
9. Ένας πελάτης αγόρασε από μία έκθεση αυτοκινήτων ένα αυτοκίνητο για το οποίο πλήρωσε με μετρητά το μισό της τιμής πώλησης του αυτοκινήτου, ενώ για τα υπόλοιπα συμφωνήθηκε να πληρώσει με 24 μηνιαίες δόσεις των 500 ευρώ. Με αυτόν το διακανονισμό επιβαρύνθηκε με τόκους που συνολικά αντιστοιχούν στο 10% της τιμής πώλησης του αυτοκινήτου. Να βρείτε την τιμή πώλησης του αυτοκινήτου και πόσα συνολικά θα πληρώσει ο πελάτης. (Ευκλείδης 2012)
10. Ένας έμπορος αυτοκινήτων είχε στο κατάστημά του την αρχή της περυσινής χρονιάς 20 αυτοκίνητα τύπου Α και 60 αυτοκίνητα τύπου Β. Η τιμή πώλησης για κάθε αυτοκίνητο τύπου Α είναι 10000 ευρώ, ενώ για κάθε αυτοκίνητο τύπου Β είναι 12000 ευρώ. Στο τέλος της χρονιάς είχε πουλήσει το 30% των αυτοκινήτων τύπου Α και το 60% του συνόλου των αυτοκινήτων τύπου Α και Β. Να βρείτε ποιο θα είναι το κέρδος του από την πώληση των αυτοκινήτων, αν γνωρίζετε ότι από καθένα αυτοκίνητο τύπου Α κερδίζει το 5% της τιμής πώλησής του, ενώ από καθένα αυτοκίνητο τύπου Β κερδίζει το 10% της τιμής πώλησής του. (Ευκλείδης 2011)
11. Ορθογώνιο ΑΒΓΔ έχει πλάτος  $AB = x$  μέτρα και μήκος  $BΓ = y$  μέτρα, το οποίο είναι διπλάσιο του πλάτους του. Αν αυξήσουμε το πλάτος του κατά 25%, να βρείτε πόσο επί τα εκατό πρέπει να ελαττώσουμε το μήκος του, ώστε το εμβαδόν του να μείνει αμετάβλητο. (Ευκλείδης 2010)
12. Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με πλευρές  $AB = ΓΔ$  και  $ΑΔ = ΒΓ$  μήκους  $a$  και  $\beta$ , αντίστοιχα. Αν αυξήσουμε το μήκος  $a$  κατά 20% και το μήκος  $\beta$  κατά 30%, να βρεθεί πόσο επί τοις εκατό θα αυξηθεί το εμβαδόν του ορθογωνίου. (Ευκλείδης 2009)

**Υποδείξεις ασκήσεων**

1. Εστω  $x$  το μήκος της μικρής πλευράς και  $y$  το μήκος της μεγάλης πλευράς. Τότε η μικρή πλευρά έχει  $\frac{x}{4} + 1$  κολώνες και η μεγάλη πλευρά έχει  $\frac{y}{4} + 1$  κολώνες. Τότε  $\frac{y}{4} + 1 = 2 \left( \frac{x}{4} + 1 \right) \Leftrightarrow y = 2x + 4$ . Για την περίμετρο ισχύει  $2x + 2y = 4 \cdot 182 \Leftrightarrow x + y = 364$ . Συνεπώς, με αντικατάσταση προκύπτει  $x = 120, y = 244$ .

$$2. \frac{x}{4} - 1 - 1 - \frac{x-4}{6} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 22$$

$$3. \text{Εστω } t \text{ χρόνος για το } \frac{1}{4} \text{ του έργου. Τότε } \frac{500}{500}t + \frac{500}{400}t + \frac{500}{300}t + \frac{500}{300+y} = 4t \Rightarrow y = 5700$$

4. Εστω  $x$  η τιμή πώλησης του φυγείου. Είναι  $11\frac{1}{9}\% = \frac{100}{9}\%$  και  $14\frac{2}{7}\% = \frac{100}{7}\%$ . Η συνολική έκπτωση είναι:  $\frac{x}{9} + \frac{3150-x}{7} = 390 \Leftrightarrow x = 1890$  και τότε  $3150 - 1890 = 1260$

$$5. \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{d}{6} = x, a + b + c + d = 9690 \Rightarrow x = 646, a = 1292, b = 1938, c = 2584, d = 3876$$

$$11. \text{Εστω } a\% \text{ η μείωση στο μήκος του ορθογωνίου, τότε } x \cdot 2x = \frac{125x}{100} \frac{(100-a)2x}{100} \Rightarrow a = 20$$