

Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

1 Θεωρία

1. Ιδιότητες δυνάμεων
2. Ευκλείδεια διαίρεση : Το υπόλοιπο είναι πάντα μικρότερο του διαιρέτη.
3. Ταυτότητες με τετράγωνα
4. Ταυτότητα *Euler* : Αν $a + b + c = 0$ τότε $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ (πχ. πρόβλημα 2017 και 2019)
5. Παραγοντοποίηση (2014)
6. Υπολογισμός με τη βοήθεια παράστασης (2016 πρόβλημα 2)
7. Πλήθος ακεραίων (2017, 2012)
8. Ψηφία (2015). Γενικά χρησιμοποιούμε τους περιορισμούς των ψηφίων για να δημιουργήσουμε ανισότητα. πχ. για το διψήφιο xy ισχύει ότι $1 \leq x \leq 9$ και $0 \leq y \leq 9$. Έτσι με πρόσθεση κατά μέλη μπορεί να προκύψει η ανισότητα $1 \leq x + y \leq 18$.
9. Προβλήματα με ποσοστά
10. Προβλήματα με αποστάσεις (2017)
11. Ισότητα πολυωνύμων (2016, 2015, 2013, 2012). Δύο πολυώνυμα είναι ίσα όταν οι συντελεστές των όρων με ίδιο εκθέτη είναι ίσοι.

2 Ασκήσεις

1. Ποιο είναι το τελευταίο ψηφίο του αριθμού $235^{17} + 870^{14}$
2. Πόσα ψηφία έχει ο αριθμός : $16^{23} \cdot 5^{89}$;
3. Να βρείτε ακεραίους a, b για τους οποίους ισχύει ότι: $a^2 = b^2 + 2019$
4. Αν είναι $x + y = 4$ και $x^2 + y^2 = 14$, να προσδιορίσετε την τιμή του αθροίσματος $x^3 + y^3$ (Ευκλείδης Α τ.107)
5. Ένας εργάτης εργάστηκε επί 10 ημέρες και τελείωσε τα $\frac{2}{7}$ κάποιου έργου. Τότε ήρθε και ένας δεύτερος εργάτης. Στη συνέχεια εργάζονται και οι δύο και τελειώνουν το έργο σε 18 ακόμη ημέρες. Να βρεθεί σε πόσες ημέρες μπορεί να τελειώσει το έργο ο δεύτερος, αν εργαζόταν μόνος του από την αρχή.

Υποδείξεις ασκήσεων

3. $(a - b)(a + b) = 3 \cdot 673$ τότε $a - b = 3$ και $a + b = 673$, τότε $a = 338, b = 335$
4. $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 + y^2 - xy) = 4(14 - 1) = 52$
5. $(\frac{1}{35} + \frac{1}{x}) \cdot 18 = \frac{5}{7} \Rightarrow x = 90$