

## Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ - ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ

## Ασκήσεις

1. Δύο ποδηλάτες διανύουν μια απόσταση  $60km$  με μέσες ταχύτητες που διαφέρουν κατά  $5km/h$ . Ο ένας ποδηλάτης χρειάζεται 1 ώρα περισσότερο από τον άλλο. Να βρεθούν οι ταχύτητες των ποδηλατών.
2. Ένας εργάτης εργάστηκε επί 10 ημέρες και τελείωσε τα  $\frac{2}{7}$  κάποιου έργου. Τότε ήρθε και ένας δεύτερος εργάτης. Στη συνέχεια εργάζονται και οι δύο και τελειώνουν το έργο σε 18 ακόμη ημέρες. Να βρεθεί σε πόσες ημέρες μπορεί να τελειώσει το έργο ο δεύτερος, αν εργαζόταν μόνος του από την αρχή.
3. Μια ομάδα εργατών τελειώνει το  $\frac{1}{4}$  ενός έργου στο  $\frac{1}{3}$  μιας ημέρας. Πόσες τέτοιες ομάδες εργατών της ίδιας απόδοσης χρειάζονται για να τελειώσουν 15 ίδια έργα σε 5 ημέρες; (Ευκλείδης 2018)
4. Μια μέρα ο Γιώργος καθώς πηγαίνει από το σπίτι στο σχολείο και έχει διανύσει το  $a\%$  της απόστασης, βλέπει ότι έχει αργήσει. Αποφασίζει να γυρίσει πίσω στο σπίτι, να πάρει το ποδήλατο και να πάει με αυτό στο σχολείο. Αν υποθέσουμε ότι ο Γιώργος περπατάει με 6 χιλιόμετρα την ώρα, ενώ με το ποδήλατο πηγαίνει με 15 χιλιόμετρα την ώρα, για ποιες τιμές του  $a$  συμφέρει να γυρίσει πίσω για να χρησιμοποιήσει το ποδήλατο; (Ευκλείδης 2017)
5. Δύο φίλοι, ο Γιάννης και ο Βαγγέλης έχουν μία σακούλα με καραμέλες. Ο Γιάννης βάζει το χέρι μέσα παίρνει κάποιες καραμέλες, και από αυτές που πήρε κρατάει τα  $\frac{3}{4}$  και τις υπόλοιπες (από αυτές που πήρε) τις δίνει στο Βαγγέλη. Στη συνέχεια ο Βαγγέλης παίρνει τις υπόλοιπες που έμειναν στη σακούλα, κρατάει το  $\frac{1}{12}$  και δίνει στο Γιάννη τις υπόλοιπες. Αν σε κάθε μοιρασιά καθένας παίρνει ακέραιο αριθμό από καραμέλες και τελικά οι καραμέλες του Γιάννη είναι εξαπλάσιες από τις καραμέλες του Βαγγέλη, να βρείτε τον ελάχιστο αριθμό από καραμέλες που μπορεί να περιέχει η σακούλα. (Ευκλείδης 2016)
6. Από τους μαθητές ενός Γυμνασίου το 65% παίζει ποδόσφαιρο, το 45% παίζει μπάσκετ, ενώ το 20% παίζει και ποδόσφαιρο και μπάσκετ. Επιπλέον υπάρχουν 12 μαθητές που δεν παίζουν κανένα άθλημα, ενώ υπάρχουν άλλοι 24 μαθητές που παίζουν μόνο βόλεϊ. Να βρείτε πόσους μαθητές έχει το Γυμνάσιο, πόσοι από αυτούς παίζουν ποδόσφαιρο και πόσοι από αυτούς παίζουν μπάσκετ. (Ευκλείδης 2013)

## Υποδείξεις ασκήσεων

$$1 \quad t_1 - t_2 = 1 \Leftrightarrow \frac{60}{x} - \frac{60}{x+5} = 1 \Leftrightarrow x = 15, \text{ Συνεπώς } 15km/h \text{ και } 20km/h.$$

$$2 \quad \text{Ημερήσια απόδοση εργατών επί πλήθος ημερών} = \text{Μέρος του έργου που τελειώνουν, τότε: } \left(\frac{1}{35} + \frac{1}{x}\right) \cdot 18 = \frac{5}{7} \Rightarrow x = 90$$

$$3 \quad x = a \cdot 60 \cdot \frac{1}{15} = 4a. \text{ Χρειάζονται 4 ομάδες.}$$

$$4 \quad \text{Έστω ότι έχει διανύσει } x \text{ km και απομένουν } y \text{ km μέχρι το σχολείο. Τότε πρέπει } \frac{x}{6} + \frac{x+y}{15} \leq \frac{y}{6} \Leftrightarrow \frac{x}{x+y} \leq \frac{3}{10}, \text{ δηλ. ποσοστό } \leq 30\%$$

$5 \cdot 6 \left( \frac{x}{4} + \frac{y}{12} \right) = \frac{3x}{4} + \frac{11y}{12} \Leftrightarrow 9x = 5y$ . Πρέπει  $x$  πολλαπλάσιο του 5 και πολλαπλάσιο του 4 (εκφώνηση).  
Συνεπώς  $x = 20, y = 36, x + y = 56$

6 (24 + 12) μαθητές είναι το  $100 - (65 + 45 - 20)\%$  που δεν παίζουν ούτε ποδόσφαιρο ούτε μπάσκετ. Δηλαδή 36 μαθητές αποτελούν το 10% των μαθητών του γυμνασίου. Οπότε σύνολο μαθητών 360.