

**Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία**  
**Παράρτημα Νομού Καρδίτσας**

**2<sup>ος</sup> Τοπικός Διαγωνισμός : << Ν.Νικολάου >> - Μάιος 2022**

**Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ**



**A. Ερωτήσεις των 5 μονάδων**

**1.** Προσθέτουμε τον μικρότερο τριψήφιο φυσικό αριθμό, του οποίου το άθροισμα των ψηφίων είναι 8 με τον μεγαλύτερο τριψήφιο φυσικό αριθμό, του οποίου το άθροισμα των ψηφίων είναι επίσης 8. Πόσο είναι το άθροισμα που θα προκύψει ;

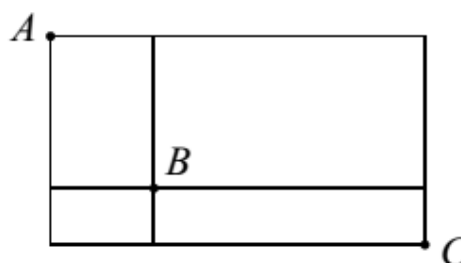
- A. 727                      B. 970                      Γ. 907                      Δ. 826                      E. Τίποτα από τα παραπάνω.

**Υπόδειξη**

Πρόκειται για την πρόσθεση  $107 + 800 = 907$ .

Σωστή απάντηση : το Γ

**2.** Μια αράχνη κινείται μόνο δεξιά ή κάτω και θέλει να πάει από το σημείο A στο σημείο C, περνώντας όμως υποχρεωτικά από το σημείο B. Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει αυτό, δηλαδή να κάνει τη διαδρομή ABC κινούμενη μόνο δεξιά ή κάτω και παραμένοντας συνεχώς πάνω στα σημειωμένα τμήματα ;



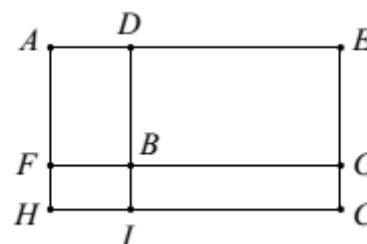
- A. 2                      B.6                      Γ.4                      Δ.3                      E. Τίποτα από τα παραπάνω.

**Υπόδειξη**

Η αράχνη έχει 2 τρόπους για να πάει από το A στο B και 2 για να πάει από το B στο C. Άρα μπορεί να κάνει  $2 \cdot 2 = 4$  διαδρομές.

Οι διαδρομές αυτές μπορούν είναι οι εξής :

ADBGC, ADBIC, AFBGC, AFBIC



**3.** Ένα τμήμα ενός σχολείου έχει 10 αγόρια και 12 κορίτσια. Τα μισά παιδιά του τμήματος έχουν κατοικίδιο στο σπίτι τους. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός κοριτσιών του τμήματος που έχουν κατοικίδιο ζώο στο σπίτι τους;

- A. 1                      B. 2                      Γ. 5                      Δ. 6                      Ε. Τίποτα από τα παραπάνω.

#### Υπόδειξη

Τα μισά παιδιά είναι 11. Συνεπώς αν 10 αγόρια έχουν κατοικίδιο, τότε τουλάχιστον 1 κορίτσι έχει κατοικίδιο.

Σωστή απάντηση : Α

**4.** Ποιο είναι μεγαλύτερο :

- A. Τα  $\frac{2}{3}$  του 4      B. Τα  $\frac{3}{4}$  του 5      Γ. Τα  $\frac{4}{5}$  του 6      Δ. Τα  $\frac{5}{6}$  του 7      Ε. Τίποτα από τα παραπάνω.

#### Υπόδειξη

Τα  $\frac{2}{3}$  του 4 είναι  $\frac{8}{3} = 3 - \frac{1}{3}$ , τα  $\frac{3}{4}$  του 5 είναι  $\frac{15}{4} = 4 - \frac{1}{4}$ , ..., τα  $\frac{5}{6}$  του 7 είναι  $\frac{35}{6} = 6 - \frac{1}{6}$ .

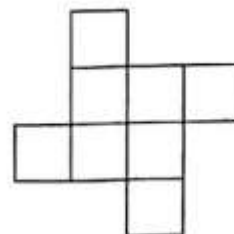
Αλλά  $3 < 4 < 5 < 6$  και  $\frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{6}$ . Επομένως

Σωστή απάντηση : το Δ.

**5.** Το διπλανό σχήμα έχει συνολικό εμβαδόν 288 τετραγωνικά εκατοστά ( $\text{cm}^2$ ).

Πόση είναι η περίμετρος του σχήματος ;

- A. 86 cm                      B. 96 cm                      Γ. 106 cm  
Δ. 125cm                      Ε. Δεν μπορούμε να γνωρίζουμε.



#### Λύση

Τα 8 τετράγωνα έχουν εμβαδόν  $288 \text{ cm}^2$ , οπότε το καθένα έχει εμβαδόν  $288:8=36 \text{ cm}^2$  και έτσι η πλευρά του είναι 6 cm. Επομένως η περίμετρος του σχήματος είναι  $16 \cdot 6 = 96 \text{ cm}$ .

6. Σε ένα δημοτικό σχολείο τα  $\frac{4}{7}$  των παιδιών είναι κορίτσια. Στο σχολείο αυτό τα αγόρια είναι κατά 10 λιγότερα από τα κορίτσια. Πόσα παιδιά έχει το σχολείο;
- A. 63                      B. 70.                      Γ. 56                      Δ. 84                      E. Δεν μπορούμε να γνωρίζουμε.

**Λύση**

Αφού τα  $\frac{4}{7}$  των παιδιών είναι κορίτσια, τα  $\frac{3}{7}$  είναι αγόρια. Τα κορίτσια είναι περισσότερα κατά  $\frac{4}{7} - \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$  όλων των παιδιών. Αφού το  $\frac{1}{7}$  των παιδιών είναι 10, όλα τα παιδιά είναι  $10 \cdot 7 = 70$ .

7. Πόσο είναι η τιμή της παράστασης :  $B = \frac{2022 \cdot 20,22}{2,022 \cdot 202,2}$ ; Η υποδιαστολή είναι σημειωμένη με (,).
- A. 10                      B. 1000                      Γ. 0,100                      Δ. 100                      E. Τίποτα από τα παραπάνω.

**Υπόδειξη**

Μπορούμε να γράψουμε

$$B = \frac{2022 \cdot 20,22}{2,022 \cdot 202,2} = \frac{2,022 \cdot 1000 \cdot (2,022 \cdot 10)}{2,022 \cdot (2,022 \cdot 100)} = \frac{1000 \cdot 10}{100} = 100,$$

αφού ο παράγοντας 2,022 απλοποιείται από τους όρους του κλάσματος.

**β' τρόπος :**

Μπορούμε να διώξουμε τις υποδιαστολές με κατάλληλους πολλαπλασιασμούς στους όρους του κλάσματος.

Θα μείνει έτσι το κλάσμα  $\frac{1000 \cdot 10}{100} = 100$

Σωστή απάντηση : το Δ

8. Ένας μαθητής έγραψε σε ένα χαρτί τον πιο μικρό φυσικό αριθμό, του οποίου τα ψηφία έχουν άθροισμα 60. Ποιο είναι το πρώτο ψηφίο(από αριστερά) του αριθμού αυτού ;
- A.1                      B. 5.                      Γ.7                      Δ. 6                      E. Δεν μπορούμε να γνωρίζουμε.

**Λύση**

Το πλήθος των ψηφίων πρέπει να είναι το ελάχιστο. Επομένως κάθε ψηφίο, αν είναι δυνατόν, τα ψηφία πρέπει να είναι 9. Αλλά η διαίρεση  $60:9$  δίνει υπόλοιπο 6. Γράφουμε λοιπόν πρώτα το 6 και στη συνέχεια 6 ψηφία, όλα ίσα με το 9. Αυτός είναι ο ελάχιστος αριθμός και συγκεκριμένα ο 6999999.

9. Στον παρακάτω πίνακα το άθροισμα όλων των αριθμών της πρώτης γραμμής είναι ίσο με το άθροισμα των αριθμών της δεύτερης γραμμής. Ποιος αριθμός πρέπει να μπει στη θέση του γράμματος X ;

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	2022
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	X

A. 1922

B. 2122

Γ. 0,100

Δ. 100

Ε. Τίποτα από τα παραπάνω.

### Υπόδειξη

Οι δέκα πρώτοι αριθμοί της δεύτερης γραμμής έχουν άθροισμα που ξεπερνάει το άθροισμα των αντίστοιχων αριθμών της πρώτης γραμμής κατά  $10 \cdot 10 = 100$ . Αυτό γίνεται διότι

$$21 - 11 = 10, 22 - 12 = 10, \dots, 30 - 20 = 10.$$

Πρέπει λοιπόν  $100 + X = 2022$ , οπότε  $X = 2022 - 100 = 1922$ .

Σωστή απάντηση : Το Α

**10.** Ένα μεγάλο ορθογώνιο είναι κατασκευασμένο από 9 ίσα μικρά ορθογώνια που η μία πλευρά τους είναι 10 cm. Πόση είναι η περίμετρος του μεγάλου ορθογωνίου ;

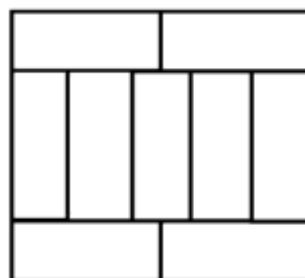
A. 76

B. 40

Γ. 48

Δ. 90

Ε. Τίποτα από τα παραπάνω.



### Υπόδειξη

Αν είναι  $x$  το πλάτος κάθε μικρού ορθογωνίου, τότε από τα δύο οριζόντια ορθογώνια και τα 5 κατακόρυφα παίρνουμε  $5x = 20$  και έτσι  $x = 4$ . Το ορθογώνιο λοιπόν έχει διαστάσεις  $20 \times 18$  και περίμετρο

$$P = 2(20 + 18) = 76 \text{ cm.}$$

Σωστή απάντηση : Το Α.

## A. Ερωτήσεις των 10 μονάδων

**11.** Ένας πελάτης μπαίνει μέσα σε ένα κατάστημα για να πάρει ένα τετράδιο αξίας 5 ευρώ δίνοντας ένα χαρτονόμισμα των 20 ευρώ. Ο ταμίας δεν έχει ρέστα και ζητά από τον φίλο του τον Παντελή στο διπλανό κατάστημα « να χαλάσει» το χαρτονόμισμα που πήρε από τον πελάτη. Δίνει στο πελάτη το τετράδιο και 15 ευρώ ρέστα. Σε λίγο εμφανίστηκε στον ταμία ο Παντελής και διαμαρτυρήθηκε ότι το εικοσάρικο του πελάτη ήταν πλαστό. Ο ταμίας, ως όφειλε, δίνει στον Παντελή ένα κανονικό χαρτονόμισμα των 20 ευρώ. Πόση είναι η ζημιά στο κατάστημα από αυτή τη συναλλαγή;

A. 35 ευρώ

B. 35 συν το τετράδιο

Γ. 40 ευρώ

Δ. 15 ευρώ συν το τετράδιο

Ε. Τίποτα από τα παραπάνω.

### Υπόδειξη

Ο πελάτης έρχεται με ένα πλαστό εικοσάρικο (αξία:0€) και φεύγει με 15 γνήσια ευρώ και ένα τετράδιο αξίας 5€. Συνολικό κέρδος του πελάτη: 20€. Τόση είναι και η ζημιά του καταστήματος.

**12.** Η Ελένη πηγαίνει στο βιβλιοπωλείο να αγοράσει 6 τετράδια έχοντας μαζί της το ακριβές αντίτιμο. Όμως ο βιβλιοπώλης της λέει ότι τα τετράδια ακρίβυναν πρόσφατα κατά 20%. Πόσα τετράδια θα αγοράσει τώρα η Ελένη με τα ίδια χρήματα;

- A.3                      B.4.                      Γ.5                      Δ.1                      Ε. Δεν μπορούμε να γνωρίζουμε.

#### Λύση

Αν  $a$  είναι η τιμή, τότε έχει μαζί της  $6a$  ευρώ. Η νέα τιμή είναι  $1,2a$  και έτσι θα αγοράσει :

$$\frac{6a}{1,2a} = \frac{60}{12} = 5 \text{ τετράδια.}$$

#### Σχόλιο

Αντί του  $a$  μπορεί κάποιος να πάρει τυχαίο αριθμό, πχ 30 ευρώ. Τότε το κάθε τετράδιο έχει 5 ευρώ και με την αύξηση θα γίνει 6 ευρώ. Άρα θα πάρει  $30:6=5$  τετράδια.

**13.** Η μέρα των γενεθλίων της καθηγήτριας των μαθηματικών δεν ξέφυγε από τα δαιμόνια μυαλά των παιδιών της τάξης. Όταν μια μαθήτρια, μαζί με τις ευχές του τμήματος την ρώτησε ευγενικά αν μπορεί να τους πει την ηλικία της, μια και είναι τόσο νέα, εκείνη τους ανέφερε ότι το γινόμενο της ηλικίας της και της ηλικίας του πατέρα της είναι 2010. Πόσο είναι ο άθροισμα των ηλικιών της καθηγήτριας και του πατέρα της;

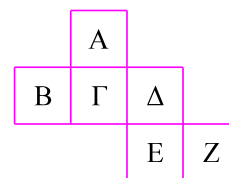
A. 85                      B. 90                      Γ. 97                      Δ. 99                      Ε. Τίποτα από τα παραπάνω.

#### Υπόδειξη

Αναλύουμε τον αριθμό 2010 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Είναι  $2010 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 67$ . Άρα ο πατέρας είναι 67 και η καθηγήτρια είναι 30. Το άθροισμα των ηλικιών είναι 97.

Σωστή απάντηση : το Γ.

**14.** Στις έδρες ενός κύβου είναι σημειωμένα τα γράμματα Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ. Η Κατερίνα χαλάει τον κύβο και παίρνει το ανάπτυγμα που φαίνεται στο διάγραμμα. Στον αρχικό κύβο ποιο γράμμα βρίσκεται στην πλευρά που είναι απέναντι από την πλευρά με το γράμμα Ζ;



- A. Η πλευρά Β                      B. Η πλευρά Γ                      Γ. Η πλευρά Δ  
Δ. Η πλευρά Α                      Ε. Δεν μπορούμε να γνωρίζουμε.

#### Λύση

Οι πλευρές με τα γράμματα Β και Δ βρίσκονται απέναντι. Διαγράφουμε λοιπόν τα γράμματα Β και Δ.

Το Z συνορεύει με το E, οπότε και το E απορρίπτεται. Μένουν οι πλευρές Γ και Δ. Οι πλευρές Z και Δ έχουν κοινό σημείο και έτσι αποκλείεται να είναι απέναντι. Άρα απέναντι από το Z βρίσκεται η πλευρά με το γράμμα Γ.

Είναι φανερό ότι η απάντηση μπορεί να βρεθεί, αν στο νου μας ξαναφτιάξουμε τον κύβο διπλώνοντας το ανάπτυγμα πάνω στις ακμές.

### Σχόλιο

Η πλευρά με το γράμμα Γ έχει κοινά σημεία με τις πλευρές A, B, Δ και E, οπότε καμία από αυτές τις πλευρές δεν είναι απέναντι από το Γ. Άρα αναγκαστικά απέναντι από την πλευρά με το Γ βρίσκεται η πλευρά με το γράμμα Z.

**15.** Σε καθένα από τα 9 κουτάκια του σχήματος θα βάλουμε έναν από τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ώστε κάθε κουτάκι να περιέχει διαφορετικό αριθμό. Κάποιος μαθητής υπολόγισε χωριστά το άθροισμα σε κάποιες γραμμές και κάποιες στήλες του πίνακα και βρήκε τα εξής : 12, 13, 15, 16, 17. Ποιος είναι ο αριθμός που δίνει το έκτο άθροισμα;


A. 13

B. 14

Γ. 15

Δ. 17

E. Τίποτα από τα παραπάνω.

### Υπόδειξη

Οι αριθμοί των τριών γραμμών (αλλά και των στηλών) έχουν άθροισμα  $1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 45$ .

Όμως από τα 5 δοσμένα αθροίσματα 45 δίνουν οι αριθμοί 13, 17 και 15. Επομένως πρέπει :

$12+16+X=45$ , οπότε το άθροισμα που λείπει είναι το 17.

Σωστή απάντηση : Το Δ.