

Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Θεωρία

1. Ισχύει η σχέση : απόσταση = ταχύτητα · χρόνος ($s = u \cdot t$)
2. Ισχύει η σχέση : χρόνος = απόσταση / ταχύτητα ($t = \frac{s}{u}$)
3. Ισχύει η σχέση : ταχύτητα = απόσταση / χρόνος ($u = \frac{s}{t}$)
4. Αντιστρόφως ανάλογα ποσά πχ. Ένας εργάτης ολοκληρώνει ένα έργο σε 10 ημέρες, τότε 2 εργάτες ολοκληρώνουν το ίδιο έργο σε $\frac{10}{2}$ ημέρες ή τότε 5 εργάτες ολοκληρώνουν το ίδιο έργο σε $\frac{10}{5}$ ημέρες ή τότε 10 εργάτες ολοκληρώνουν το ίδιο έργο σε $\frac{10}{10} = 1$ ημέρα.

Ασκήσεις

1. Η Μαρία έγραψε 5 *test* και βαθμολογήθηκε με ακέραιο βαθμό από 0 έως 100. Ο βαθμός της στα 4 πρώτα *test* ήταν ο ίδιος και πήρε το μεγαλύτερο βαθμό στο τελευταίο *test*. Ο μέσος όρος των βαθμών της ήταν 82. Ποιοί ήταν οι δυνατοί βαθμοί της;
2. Από τους 10 παίκτες μιας ομάδας *basket*, ο Α πέτυχε το $\frac{1}{4}$ των πόντων της ομάδας, ο Β πέτυχε τα $\frac{2}{7}$ των πόντων της ομάδας. Ο Γ πέτυχε 15 πόντους. Κανένας από τους υπόλοιπους 7 παίκτες δεν πέτυχε περισσότερους από 2 πόντους. Ποιό ήταν το σύνολο των πόντων που πέτυχαν συνολικά οι υπόλοιποι 7 παίκτες της ομάδας;
3. Για τη φωταγώγηση μιας πλατείας, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, τοποθετήθηκαν περιμετρικά 182 κολώνες φωτισμού. Τέσσερις από αυτές τοποθετήθηκαν στις γωνίες της πλατείας. Στη συνέχεια τοποθετήθηκαν και οι υπόλοιπες 178 στην περίμετρο της πλατείας έτσι ώστε κάθε δύο διαδοχικές κολώνες απέχουν τέσσερα μέτρα. Επίσης διαπιστώθηκε ότι η μεγαλύτερη πλευρά της πλατείας είχε διπλάσιες κολώνες από τη μικρή πλευρά, όπου σε κάθε πλευρά μετράμε και τις κολώνες στις γωνίες. Να βρεθούν τα μήκη των πλευρών της πλατείας. Σημείωση: Θεωρείστε τις κολώνες πάνω στις πλευρές της πλατείας ως σημεία. (Ευκλείδης 2019)
4. Ένας ποδηλάτης πήγε από μια πόλη Α σε μία πόλη Β και επέστρεψε από τον ίδιο δρόμο. Στη μετάβαση οδηγούσε με μέση ταχύτητα 25km/h και ξεκουράστηκε ενδιάμεσα 1 ώρα. Στην επιστροφή οδηγούσε με μέση ταχύτητα 20km/h και δεν έκανε καμία στάση. Αν ο συνολικός χρόνος του ταξιδιού ήταν 10 ώρες, να υπολογίσετε το μήκος της διαδρομής ΑΒ.
5. Μια ημέρα ένας οδηγός αυτοκινήτου διανύει μια απόσταση σε 20 λεπτά. Την επόμενη ημέρα ο ίδιος οδηγός, με ταχύτητα κατά 18km/h μεγαλύτερη από την προηγούμενη ημέρα, διανύει την ίδια απόσταση σε 12 λεπτά. Πόσα *km* είναι η απόσταση που διανύει ο οδηγός σε μια ημέρα;;
6. Ένας πεζοπόρος περπατάει από το χωριό Α για να πάρει το τρένο στην πόλη Β. Ο πεζοπόρος σε μία ώρα προχώρησε κατά 4 χιλιόμετρα και τότε διαπίστωσε ότι περπατώντας με αυτή την ταχύτητα θα έφθανε στο σταθμό μία ώρα αργότερα από την αναχώρηση του τρένου. Για αυτό το λόγο στο υπόλοιπο της διαδρομής κινήθηκε με 6 χιλιόμετρα την ώρα και έτσι έφθασε στο σταθμό μισή ώρα νωρίτερα από την αναχώρηση του τρένου. Να βρείτε την απόσταση του χωριού Α από το σταθμό του τρένου στη πόλη Β. (Ευκλείδης 2017)

7. Για την εκτέλεση ενός μεγάλου ερευνητικού έργου στο προαπαιτούμενο χρονικό όριο, ξεκίνησαν να εργάζονται συνολικά 500 ερευνητές. Όταν τελείωσε στην ώρα του το $\frac{1}{4}$ του έργου, αποχώρησαν 100 ερευνητές, οπότε το δεύτερο τέταρτο του έργου ολοκληρώθηκε με καθυστέρηση. Αποχώρησαν όμως τότε και άλλοι 100 ερευνητές, οπότε το τρίτο τέταρτο του έργου ολοκληρώθηκε με επιπλέον καθυστέρηση. Πόσοι ερευνητές πρέπει να προσληφθούν, ώστε το έργο να τελειώσει στον προγραμματισμένο χρόνο. (Υποθέτουμε ότι όλοι οι ερευνητές που εργάστηκαν, αλλά και αυτοί που θα προσληφθούν, δουλεύουν με την ίδια απόδοση) (Ευκλείδης 2016)
8. Μία οικογένεια αγόρασε ένα ψυγείο με έκπτωση $11\frac{1}{9}\%$ πάνω στην τιμή πώλησης και ένα πλυντήριο με έκπτωση $14\frac{2}{7}\%$ πάνω στην τιμή πώλησης. Η συνολική τιμή πώλησης ψυγείου και πλυντηρίου ήταν 3150 ευρώ. Η συνολική έκπτωση που έγινε ήταν 350 ευρώ. Να βρείτε την τιμή πώλησης του ψυγείου και του πλυντηρίου. (Σημείωση : Οι αριθμοί $11\frac{1}{9}\%$ και $14\frac{2}{7}\%$ είναι μεικτοί.) (Ευκλείδης 2015)
9. Τέσσερα χωριά Α, Β, Γ και Δ πλήρωσαν πέρυσι για τη μεταφορά των μαθητών τους στο Γυμνάσιο του Δήμου τους συνολικά 9690 ευρώ. Τα χρήματα που πλήρωσε κάθε χωριό ήταν ανάλογα προς τον αριθμό των μαθητών του χωριού που φοιτούσαν στο Γυμνάσιο. Να βρείτε πόσα χρήματα πλήρωσε κάθε χωριό, αν είναι γνωστό ότι ο αριθμός των μαθητών του χωριού Β ισούται με τα $\frac{3}{4}$ του αριθμού των μαθητών του χωριού Γ, ο αριθμός των μαθητών του χωριού Α ισούται με τα $\frac{4}{2}$ του αριθμού των μαθητών του χωριού Β και ο αριθμός των μαθητών του χωριού Δ είναι το άθροισμα των μαθητών των χωριών Α και Γ. (Ευκλείδης 2015)
10. Ορθογώνιο ΑΒΓΔ έχει πλάτος $AB = x$ μέτρα και μήκος $BΓ = y$ μέτρα, το οποίο είναι διπλάσιο του πλάτους του. Αν αυξήσουμε το πλάτος του κατά 25%, να βρείτε πόσο επί τα εκατό πρέπει να ελαττώσουμε το μήκος του, ώστε το εμβαδόν του να μείνει αμετάβλητο. (Ευκλείδης 2010)
11. Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με πλευρές $AB = ΓΔ$ και $ΑΔ = ΒΓ$ μήκους α και β, αντίστοιχα. Αν αυξήσουμε το μήκος α κατά 20% και το μήκος β κατά 30%, να βρεθεί πόσο επί τοις εκατό θα αυξηθεί το εμβαδόν του ορθογωνίου. (Ευκλείδης 2009)

Υποδείξεις ασκήσεων

1. Έστω a ο βαθμός στα 4 πρώτα *test* και b ο βαθμός στο τελευταίο *test*. Τότε $\frac{4a+b}{5} = 82$, τότε $4a+b = 410$. Τότε $a = 78, b = 98$ ή $a = 79, b = 94$, ή $a = 80, b = 90$, ή $a = 81, b = 86$.

2. Έστω a όλοι οι πόντοι της ομάδας και x οι πόντοι των υπόλοιπων 7 παικτών. Τότε $\frac{a}{4} + \frac{2a}{7} + 15 + x = a$, τότε $x + 15 = \frac{13}{28} \cdot a$, τότε $28x + 28 \cdot 15 = 13a$. Πρέπει a να είναι πολλαπλάσιο του 28. Μοναδική λύση $a = 2 \cdot 28$. Τότε $28x = 26 \cdot 28 - 15 \cdot 28$, τότε $28x = 11 \cdot 28$, τότε $x = 11$.

3. Έστω x το μήκος της μικρής πλευράς και y το μήκος της μεγάλης πλευράς. Τότε η μικρή πλευρά έχει $\frac{x}{4} + 1$ κολώνες και η μεγάλη πλευρά έχει $\frac{y}{4} + 1$ κολώνες. Τότε:

$$\frac{y}{4} + 1 = 2 \left(\frac{x}{4} + 1 \right) \Leftrightarrow y = 2x + 4.$$

Για την περίμετρο ισχύει $2x + 2y = 4 \cdot 182 \Leftrightarrow x + y = 364$.
Συνεπώς, με αντικατάσταση προκύπτει $x = 120, y = 244$.

4. Έστω x η απόσταση AB. Χρόνος μετάβασης από το A στο B $\frac{x}{25}$. Χρόνος επιστροφής από το B στο A $\frac{x}{20}$. Συνολικός χρόνος $\frac{x}{25} + \frac{x}{20} + 1 = 10$, τότε $x = 100km$.

5. Έστω u η ταχύτητα του οδηγού. $u \cdot 20 = (u + 18) \cdot 12$, τότε $u = 27km/h$, τότε σε 20 λεπτά διάνυσε $\frac{27}{3} = 9km$.

6. Ο πεζοπόρος σε 1 ώρα περπάτησε $4km$. Έστω x το μήκος της υπόλοιπης διαδρομής. Τότε με ταχύτητα $4km$ θα χρειαστεί $\frac{x}{4}$ χρόνο. Με ταχύτητα $6km$ θα χρειαστεί $\frac{x}{6}$ χρόνο. Οι δύο χρόνοι διαφέρουν κατά $\frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$. Συνεπώς $\frac{x}{4} - \frac{x}{6} = \frac{3}{2}$ με λύση $x = 18$.

Συνεπώς συνολική απόσταση = $4 + 18 = 22km$.

7. Έστω t χρόνος για το $\frac{1}{4}$ του έργου. Τότε $\frac{500}{500}t + \frac{500}{400}t + \frac{500}{300}t + \frac{500}{300+y} = 4t \Rightarrow y = 5700$

8. Έστω x η τιμή πώλησης του ψυγείου. Είναι $11\frac{1}{9}\% = \frac{100}{9}\%$ και $14\frac{2}{7}\% = \frac{100}{7}\%$. Η συνολική έκπτωση είναι: $\frac{x}{9} + \frac{3150-x}{7} = 390 \Leftrightarrow x = 1890$ και τότε $3150 - 1890 = 1260$

9. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{d}{6} = x$, τότε $a = 2x, b = 3x, c = 4x, d = 6x$. $a + b + c + d = 9690 \Rightarrow 15x = 9690 \Rightarrow x = 646, a = 1292, b = 1938, c = 2584, d = 3876$

10. Έστω $a\%$ η μείωση στο μήκος του ορθογωνίου, τότε $x \cdot 2x = \frac{125x}{100} \frac{(100-a)2x}{100} \Rightarrow a = 20$